**Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi**

**Bakı Sənaye-Pedaqoji kolleci**

**İxtisas:**İnformatika

**Qrup:** 489

**Şöbə:**Əyani TE-100201

 Proqramlaşdırma dilləri

 fənni üzrə

**K U R S İ Ş İ**

**İşlədi:** Hüseynzadə Səbinə

**Rəhbər:** Abdullayeva Rəna X.

**F.K.S.:** Rüstəmova Gülnaz A.

 **Bakı - 2011 il**



Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi

Bakı Sənaye-Pedaqoji Kolleci

**(təhsil müəssisəsinin adı)**

Şöbə: əyani

**KURS İŞİ**

Qrup\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

İxtisas\_\_\_\_\_\_İnformatika

Fənnin adı\_\_\_\_\_\_\_Proqramlaşdırma dilləri

Mövzu\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Tələbə\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (adı, soyadı, atasının adı)

Rəhbər\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (adı, soyadı, atasının adı)

Fənnin komissiyasının sədri \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (adı, soyadı, atasının adı)

**2011 –ci il**

**Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi**

**Bakı sənaye Pedaqoji Kollec**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**(Təhsil müəssisəsinin adı) şöbə**

**şöbəsinin \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_kurs\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_qrup\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_tələbəsi**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

 **(soyadı,adı,atasının adı)**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_fənnindən**

 **(fənnin adı)**

 **KURS İŞİ ÜZRƏ TAPŞIRIQ**

**Tapşırığın mövzusu və ilkin məlumatlar\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**Kurs işini yerinə yetirərkən aşağıdakı hissələr təqdim olunmalıdır**

1. **Giriş\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**
2. **Əsas hissə \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

1. **Nəticə\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**Verilmə tarixi \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**Qurtarma tarixi \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**Kurs işinin qiymətləndirilməsi və kurs işinə dair kurs**

 **rəhbərinin qeydləri**

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
|  **Qiymət** | **Kurs****rəhbərinin****imzası** |
|  **rəqəmlə** |  **sözlə** |
|  |  |  |

**Kurs işinin rəhbəri \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**(soyadı,adı,atası BAKI SƏNAYE PEDAQOJİ KOLLECİ İNFORMATİKA FAKULTƏSİ**

IV kurs 489 № li qrup tələbəsi

Hüseynzadə Səbinə Nəsrəddin qızının

 **“**Qeyri xətti tənliklərin Simpson üsulu ilə həlli”

 Movzusundan

KURS İŞİ

 **Rəhbər:** Abdullayeva Rəna X.

 **F.K.S:** Rüstəmova GülnazA.

 **BAKI -2011**

 -1-

 **GİRİş**

 Qeyd etməliyik ki, hesablama eksperimenti, adətən, standart düsturlarla aparılan birdəfəlik hesabat deyil, hər şeydən əvvəl müxtəlif riyazi modellər üçün aparılan hesablamalar seriyasıdır.

 İndi isə hesablama alqoritmlərinə aid olan bir sıra ümumi xarakteristikalar və tələblər üzərində ətraflı dayanaq. Hesablama alqoritmlərinin yaradılması və tədqiqi, habelə onların konkret məsələlərin həllinə tətbiqi, müasir riyaziyyatın böyük bir bölməsinin məzmununu hesablama riyaziyyatını təşkil edir.

 Hesablama riyaziyyatını, bu terminin həm geniş mənasında, yəni riyaziyyatın EHM-dən istifadə olunması ilə bağlı məsələlərə həsr olunmuş hissəsi kimi, həm də dar mənasında, yəni qoyulmuş riyazi məsələlərin həlli üçün ədədi üsullar və alqoritmlər nəzəriyyəsi kimi işlədirlər. Bundan sonra biz hesablama riyaziyyatını bu terminin ancaq dar mənasında işlədəcəyik.

 Qoyulan riyazi məsələnin sonlu ölçülü məsələyə gətirilməsi bütün ədədi üsullar üçün ümumidir. Buna, adətən, verilmiş məsələnin diskretləşdirilməsi vastəsilə, yəni kəsilməz arqumentli funksiyaların diskret arqumentli funksiyalarla əvəz edilməsi ilə nail olurlar. Verilmiş məsələni diskret hala gətirdikdən sonra hesablama alqoritmi, yəni EHM-də yerinə yetirilən və sonlu sayda əməllərdən sonra diskret məsələnin

 1

həllini verən hesabi və məntiqi əməllər ardıcıllığı qurmaq lazımdır. Diskret məsələnin alınmış həlli qoyulmuş riyazi məsələnin təqribi həlli kimi qəbul olunur. EHM-də məsələni həll edən zaman biz həmişə qoyulmuş məsələnin dəqiq həllini deyil, təqribi həllini alırıq. Alınan xəta nə ilə əlaqədardır? Verilmiş məsələnin ədədi həlli zamanı alınan xətanın meydana gəlməsinin üç əsas səbəbini qeyd etmək lazımdır. Hər şeydən əvvəl, məsələnin verilənləri (başlanğıc və sərhəd şərtləri, tənliyin əmsalları və sağ tərəfi) həmişə müəyyən xəta ilə əldə olunur.

 Ədədi üsulun məsələnin verilənlərinin xətası ilə əlaqədar olan xətasını aradan qaldırıla bilməyən xəta adlandırmaq qəbul olunmuşdur. Verilmiş məsələni diskret məsələ ilə əvəz edən zaman diskretləşdirmə xətası (başqa sözlə, üsulun xətası) adlanan xəta əmələ gəlir. Məsələn u'(x) törəməsini (u(x+∆−u(x))/∆x sonlu fərqi ilə əvəz edərkən, biz ∆x→0 olanda tərtibi ∆x bərabər olan diskretləşdirmə xətasına yol vermiş oluruq EHM-də ədədlərin sonlu dərəcə ilə verilməsi yuvarlaqlaşdırma. Nəhayət, xətasına gətirir ki, buda hesablama prosesində arta bilər. Təbiidir ki, məsələnin verilənlərinin xətası və diskretləşdirmədən alınan xəta diskret məsələnin EHM-də həlli zamanı alınan xəta ilə uyğunlaşmalıdır.

 Deyilənlərdən aydındır ki, hesablama alqoritminə verilən əsas tələb dəqiqliyin olmasıdır. Bu o deməkdir ki, hesablama alqoritmi verilmiş məsələnin həllinə sonlu sayda Q(∆) əməllərinin köməyi ilə əvvəlcədən verilmiş ∆ > 0 dəqiqliyi ilə verilməlidir. Alqoritm yerinə yetirilən olmalıdır, yəni məsələnin həllini qəbul olunmuş maşın vaxtı ərzində verməlidir. Alqoritmlərin əksəriyyətində məsələnin həlli vaxtı

 2

(hesablamanın həcmi) Q(∆) dəqiqliyinin artması, yəni *q*-nün azalması ilə artır. Əlbəttə, ∆-nu elə kiçik götürmək olar ki, məsələnin hesablanması vaxtı hədsiz böyük olsun. Əsas onu bilmək lazımdır ki, alqoritm məsələnin həllini prinsip etibarilə ixtiyari dəqiqliklə almağa imkan verir. Amma praktikada ∆ kəmiyyətinin verilmiş EHM-də alqoritmin yerinə yetirilməsi imkanını nəzərə alaraq seçirlər. Hər bir məsələ, alqoritm və maşın üçün ∆ kəmiyyətinin öz xarakterik qiyməti var.

 Təbiidir ki, verilmiş məsələ üçün Q(∆) əməllər sayının (və deməli, məsələnin həllinə sərf olunan maşın vaxtının) kiçik olmasına çalışmaq lazımdır. İxtiyari məsələ üçün dəqiqlik tərtibi (∆→0 olduqda) ∆>0 eyni, ancaq Q(∆) əməllər sayı müxtəlif olan çoxlu alqoritmlər təklif etmək olar. Dəqiqlik tərtibinə görə ekvivalent olan bu alqoritmlər içərisindən həlli ən az maşın vaxtı (əməllər sayı Q(∆)) ərzində almağa imkan verən alqoritmi seçmək lazımdır. Belə alqoritmləri biz səmərəli alqoritmlər adlandıracağıq.

 Hesablama alqoritminə verilən daha bir tələb üzərində-hesablama prosesi zamanı EHM-də qəza dayanmasının baş verməsi yəni maşın sıfırının alınması tələbi üzərində dayanaq.

 **Xətti - cəbri tənliklər sisteminin ədədi həlli**

 Cəbri tənliklər sisiteminin iki tip üsulu- birbaşa və xətti tənliklər üsulları var. Biz hər şeydən əvvəl ümumi şəkildə olan sistemlər üçün Qausun yox etmə üsuluna və onun variantlarina-xüsusi şəkilli sistemlər üçün qovma, matris qovma üsullarına baxırıq. Bu birbaşa üsullardır. Onların effektivliyi sistemin tərtibindən və matrisin strukturundan asılıdır.

 Xətti cəbri tənliklər üsullarını öyrənərkən biz tənliklər

 3

sisteminə birinci növ *Au=f* operator tənliyi kimi baxırıq və *A*

operatoruna gorə minimal şətrlər daxilində operator tənliklər

üçün xətti tənliklər üsullrının ümumi nəzəriyyəsini şərh edirik. Ümumi nəzəriyyə *A* operatoru üzərinə minimal məhdudiyyətlər qoymaqla, Zeydel və yuxarı relaksasiya üsullari üçün xətti tənliklərin yığılmasını isbat etməyə imkan verir.

 **Xətti cəbri tənliklər sistemi**

 **Tənliklər sistemi.** Xətti cəbrin əsas məsələsi

 *Au=f* (1)

tənliklər sisteminin həllidir, burada *u=(u1 u2 ,.....,uN)* – axtarılan vektor, *f=(f1,f2* ,....,N)- elementləri *ai j*  olan NxN tərtibli matrisdir.

 Xətti cəbr kursunda (1) sisteminin həllini, adətən Kramer düsturlarına görə determinantların nisbəti şəklində ifadə edirlər.

 (1)sisteminin ədədi həlli üçün bu düsturlar yaramır, çünki onlar *N +1* sayda determinantın hesablanmasını tələb edir ki, bu da öz növbəsində çoxlu sayda əməliyyatlar (N! Tərtibdə hesabi əməliyyat) tələb edir. Hətta bir determinantın ən yaxşı üsulla hesablanması belə təxminən xətti tənliklər sisiteminin müasir ədədi üsullarla həlli qədər vaxt tələb edir, Bundan başqa, nəzərə almaq lazımdır ki, Kramer düsturuna görə hesablamalar çox vaxt böyük yuvarlaqlaşdırma xətasına gətirir. (1) sistemi üçün ədədi üsulların əksəriyyətinin xarakter cəhəti tərs matrisin tapılmasından imtina etməkdir. Həll üsuluna qoyulan əsas tələb, təqribi həllin verilmiş ε>0 dəqiqliyi ilə axtarılması üçün kifayət edən hesabi əməllərin minimum olmasıdır (ədədi üsulun səmərəliyi).

 **Birbaşa və xətti tənlik üsulları.**

 4

(1)sistemininhəlli üsullarını birbaşa və xətti tənliklər üsullarına ayırmaqla onları şərti olaraq iki qrupa bölürlər. Birbaşa üsullar giriş informasiya (tənliyin sağ tərəfi *f* və *A* matrisinin *ai j* elementləri) dəqiq verildikdə və hesablamalar yuvarlaqlaşdırma olmadan aparıldıqda tənliklər sisteminin dəqiq həllini sonlu sayda əməllər hesabına almağa imkan verir. Birbaşa üsula ən sadə misal qovma üsuludur. Əlbəttə, birbaşa üsullar da həlli müəyyən dəqiqliklə verir ki, bu da yuvarlaqlaşdırma xətalarından, yəni maşından həmçinin metodun özündən asılı olan hesablama dayanıqlığının xarakterindən aslıdır.

 Xətti tənliklər üsulu – sistemin təqribi həllini hər hansı başlanğıc yaxınlaşmadan başlayaraq, yaxınlaşmalar ardıcıllığı qurmaq yolu ilə tapmağa imkan verir. Təqribi həllin özü sonlu sayda xətti tənliklərdən sonra alınmış hesablamaların nəticəsidir.

 Bu və ya digər ədədi üsulun seçilməsi bir çox cəhətdən - əldə olunan proqramlardan, *A*  matrisinin şəklindən, hesablamanın tipindən və s. asılıdır. “Hesablamanın tipi” sözünü izah edək. Məsələnin müxtəlif qoyuluşları mümkündür:

 1. Konkret (1) məsələsinin həllini tapmalı;

 2.(1) məsələsinin eyni bir  *A*  matrisinə və müxtəlif sağ tərəflərə (*f*) uyğun bir neçə variantının həllini tapmalı. Konkret (1) məsələsi üçün optimal olmayan metod çoxvariantlı hesablama üçün tamamilə effektiv ola bilər.

 Çox variantli hesablamada bəzi kəmiyyətləri hər variant üçün yenidən hesablamayıb, onları yaddaşda saxlasaq, onda bir variant üçün əməliyyatların orta sayını azltmaq olar.

 5

Bu, əlbəttə, maşından, onun operrativ yaddaşının həcmindən asılıdır. Deyilənlərdən aydın olur ki, alqoritmin seçilməsi hesablamanın tipindən, maşının operativ yaddaşının

həcmindən və əlbəttə, sistemin tərtibindən asılı olmalıdır. Alqoritmin keyfiyyəti (1) sisteminin həllinin tapılmasına tələb olunan maşın vaxtı ilə müəyyən edilir. Başqa üsullarla müqayisədə həll vaxtı minimal olan üsulu seçmək təbiidir. Lakin hesablamanın vaxtı çox faktorlardan : həllin verilmiş dəqiqliklə alınması üçün lazım gələn hesabi və məntiqi əməliyyatların sayınadan, maşının iş surətindən və operativ yaddaşından, proqramın keyfiyyətindən aslıdır. Alqoritimlərin keyfiyyətinin nəzəri qiymətləndirilməsində onların müqayisəsi məsələnin həllinin verilmiş ε>0 dəqiqliklə tapilması üçün kifayət edən hesabi əməllərin *Q* (ε) sayına görə aparılır.

 **Qeyri-xətti tənliklərin həlli:**

 Qeyri - xətti

 *f(x)=0 x*$\in $[ *a, b*] (1)

tənliyinə baxaq, burada *f ( x )* – kəsilməz funksiyadır. Tənliyin bir və ya bir neçə həlli ola bilər. Tələb olunur : 1) tənliyin köklərinin varlığını müəyyən etməli; 2 ) köklərin təqribi qiymətini tapmalı. Çox vaxt hər iki məsələ eyni zamanda həll edilir. Köklərin tapılması üçün qeyri – xətti tənliklərin həlli üsulları tətbiq olunur.

Ən sadə üsul dixotomiya üsuludur (yarıya bölmə). Tutaq ki, *f ( x0 ) f(x1 )*$ \leq $0; onda [*x0,x1*] parçasında birdən az olmayaraq köklər var. *f(x2)* –ni tapaq, burada *x2 =( x0 +x1 )* 2 və *x3* olaraq *x0* və *x1* qiymətlərindən eləsini götürək ki, onun üçün, *f ( x2  ) f( x3 ) ≤ 0* şərti ödənir. [ *x2 ,x3*] parçasını yenidən yarıya bölək və s.

 6

Bölgünü parçanın uzunluğu 2ε- dan kiçik olana qədər davam etdirək, burada ε-kökü təyin etmək üçün dəqiqlikdir. Aydındır ki, proses, vuruğu 1 /2 olan həndəsi silsilə surəti ilə yığılır. Üsulun çatışmazlıqları : başlanğıc [ *x0* ; *x1*] parçasının seçilməsi əvvəlcədən aydın deyil, proses hansı həllə yığılır

( əgər onlar [ *x0 , x1*] parçasında bir neçədirsə ).

 İkinci üsul – sadə qeyri-xətti tənliklərin həlli üsuludur. (1) tənliyini

 *x =*$ φ (x)$ (2)

şəklində yazaq, burada $φ$ ( *x* ) –i aşağıdakı üsullardan biri ilə təyin etmək olar :

 $φ$ ( *x*) = *x-*$α$*f ( x ),* $α$= const,

 $φ$ ( *x* ) = *x +*$ ρ $*(x) f (x)*, $ ρ$ *(x)* –[ *a, b*] parçasında kökü olmayan ixtiyari funksiyadır.

 Sadə qeyri- xətti tənliklərin həlli üsulu

 *xn+1 =* $φ$ *( xn )*, *n* = 0, 1, 2, ..... (3)

düsturu ilə təyin olunur, burada *n* - qeyri-xətti tənliyin nömrəsi, *x0* – verilmiş ixriyari başlağıc yaxınlaşmadır. *x* = $φ$ *(x)* tənliyinin *x = x\** həllini ( kökünü ) təqribi olaraq ε > 0 nisbi xətası ilə elə tapmaq lazımdır ki, bütün *n ≥* *n0*  üçün

 *xn - x\* | ≤ ε | x0 - x\* | , n ≥ n0 (ε)* (4)

bərabərsizliyi odənilsin. {*xn*} tənliklər ardıcıllığı *n*$ \rightarrow \infty $ şərtində  *x\** limitinə yığılırsa, bu şərt ödənilə bilər: lim *xn = x\** .(4) şərti n$\rightarrow \infty $

ödənilərsə, onda *n = n0* olduqda hesablamaları dayandirmaq olar. Buradan görünür ki, qeyri – xətti tənliklərin yığılması həmçinin surəti, yəni (4) ödənilən minimal tənliklərin sayı *n0 ( ε )* haqqında məsələ əsasdır. Fərz edək ki, *x0* nöqtəsinin hər hansı

 7

 ∆ = (*x0 –*$δ$*, x0 +*$δ$*),* $δ>$*0* (5) $δ$-ətrafında $φ(x)$ funksiyası Lipşis şərtini ödəyir :

 $ φ$ *(x״) –* $φ$ *(x׳׳)* | ≤ *q | x״ – x ׳|* (6)

 İxtiyari *x׳* , *x״* $\in $$∆$üçün *q*$ <$1 əmsalı ilə :

 0 < *q <* 1 (7)

 tutaq ki, başlanğıc uyğunsuzluq *x0 –* $φ$*( x0 )* kiçikdir, belə ki,

 |*x0 –* $φ$ *( x0 )| ≤ (* 1 – *q )* $δ$*.* (8)

Onda aşağıdaki təkliflər doğrudur :

 Bütün *xn ( n =*1, 2,.....) qeyri – xətti tənliklər ∆ intervalına daxildir : *xn* $\in $*∆*;

-{ *xn* }ardıcıllığı *n*$\rightarrow \infty $ şərtində (8) tənliyinin həlli olan *x\**  limitinə yığılır.

- (2) tənliyinin ∆-da yeganə həlli var.

*xk*$ \in $ *∆* şərti

 |*xk – x0| <* $δ$(9)

deməkdir. (8)-ə görə | *x1 – x0 |* = | $φ $*(* *x0 ) – x0 | ≤ (* 1 *– q )* $δ$*<*$δ$alırıq. Yəni  *k =*1, 2,...... üçün (9 ) doğrudur. Fərz edək ki, (9) bütün *k* = 1, 2,...*n* üçün doğrudur. Onda $φ$ *( xn )*  və *xn+1 =* $φ$ *(xn)-i* hesablamaq olar. (6)-dan | *xk+1 –xk | = |*$ φ$ *( xk ) –* $φ$ *( xk-1) | ≤ q | xk* – *xk-1 |,* yəni

 | *xk+1 - xk | ≤ q | xk – xk-1|* (10)

alınır. Bu bərabərsizliyi ardıcıl tətbiq etməklə,

 | *xk+1 – xk | ≤ qk | x1 – x0 |, k =* 1, 2,.....*n* (11)

 tapırıq. *xn-1 – x0 =( xn+1 – xn )+( xn – xn-1 ) + .....+ ( x2 – x1 ) + ( x1 – x0 )* olduğunu nəzərə alsaq,

 | *xn+1 – x0 | ≤ ( qn – qn-1 +......+q + 1) |x1 – x0 | <* $δ$

yəni *xn+1* $\in $ ∆, (8) -ə görə (9) bərabərsizliyi *k* = 1 üçün doğrudur, onda *k* = 2, 3,...... üçün də doğrudur.

 8

İndi *xn+m – xn = ( xn+m – xn+m-1 ) + (xn+m-1 – xn+m-2 ) + .....+ (xn+2 – xn+1 ) + ( xn+1 – xn )*  fərqinə baxaq və onu qiymətlədirək :

 | *xn+m – xn  | ≤ (qm-1 + qm-2 +........+q+1)*$ ×$

$ ×$ | *x*n+1 *- xn | ≤* $\frac{1-qm}{1-q}$*qn | x1 – x0 | <qn* $δ$*,*

yəni *n*$ \rightarrow \infty $ *və m =* 1, 2..... olduqda | *xn+m – xn |* $\rightarrow $ 0.

 Buradan Koşi kriteryasına görə { *xn* } yığılır:

lim *xn = x\** $\in $ *∆*. Sonra (3) – də *n*$ \rightarrow \infty $ şərtində limitə

*n*$ \rightarrow \infty $

keçərək yəqin edirik ki, *x\** (2) tənliyinin həllidir : *x\* =*$ φ$ *(x\*).*  Bu kök yeganədir. Doğrudan da tutaq ki, iki müxtəlif *x׳* və *x״*  kökləri var, deməli *x׳=* $φ$ *( x׳ ), x״ =* $φ$ *( x״ )*. Onda | *x- – x׳ |,*  yəni | *x״ – x׳ | < | x״ – x׳ | ,* bu mümkün deyil.

 $z$n+1 = *xn+1 - x\**  xətası üçün

 | 𝔃n+1 | = *|*$φ$ *( xn ) –* $φ$ *(x\*) | ≤ q | xn - x\* | = q |𝔃n ׳*

 *≤ qn+1 | 𝔃0 |,*

yəni sadə qeyri – xətti tənliklər üsulu həndəsi silsilə surətilə yığılır. (4) bərabərsizliyi ödənilən tənliklər sayı  *qn ≤ ε,*  yəni,

 *n0 (ε)=*[ In $\frac{1}{ε}$ / In $\frac{1}{q}$], (13)

burada [a],  *a* > 0 ədədinin tam hissəsidir.

Qeyd: Əgər $φ$ *(x)* – in ∆- da törəməsi varsa, onda (6) o halda ödənilir ki,

 |$φ$׳ *(x) | ≤ q, x*$ \in $*∆*  (14)

olsun.

 **Nyuton üsulu.** Bu üsul

 *xn+1 = xn –* $\frac{f(xn)}{f׳(xn)׳}$ *f׳( xn )≠*0, *n* = 0, 1, 2,..... (15)

düsturu ilə təyin olunur. Əgər

 9

 0 = *f ( x\* ) = f ( xn  ) + ( x\* - xn ) f׳ ( xn )+* $\frac{1}{2}$ *( x\* - xn ),*

0 ≤ $θ$ ≤ 1 (16)

Ayrılışında axırıncı həddi atsaq, *x\* -* y *xn+1* – ilə əvəz etsək bu düstur alınır :

 0 = *f (xn ) + f׳ ( xn )( xn+1 – xn ) ,*

burada *x\* , f ( x )=* 0 tənliyinin dəqiq həllidir.

 Nyuton üsulunu, həmçinin toxunanlar üsulu, yaxud xəttiləşdirmə üsulu da adlandırırlar. Onun həndəsi interpretasiyası  *y = f (x)* əyrisinin *xn < xn+1* olduqda *x*$ \in $[ *xn,*  *xn+1* ] - ə uyğun

 ( *xn  > xn+1*  olduqda  *x*$ \in $ [ *xn+1 , xn*] -ə uyğun ) hissəsi *x = xn* nöqtəsindən çəkilmiş toxunanla əvəz edilir.

 *f (x)= x – f ( x ) / f׳ ( x )*  (17)

olan (3) sadə iterasiya üsulu kimi baxmaq olar.

 Nyuton üsulu *a* > 0 ədədindən kvadrat kök almaq, yəni *x2 =*a yaxud  *f ( x ) – x2 – a =* 0 tənliyini həll etmək misalı üzərində aydınlaşdıraq.

 (15) düsturunu tətbiq etsək

 *xn+1 =* $\frac{1}{2}$*( xn +*$\frac{a}{xn} $*), n =* 0, 1,...

alarıq. Tutaq ki, a = 2. *x0 =* 1 seçərək, *x1 =* 1,5, *x𝔃*  = 1,417, *x3*  = 1,414.... tapırıq, yəni xətti-tənliklər çox surətlə yığılır.

 Qeyri xətti – tənliklərin yığılma surətini qiymələndirək, fərz edək ki, (1) tənliyinin *x\** həqiqi kökü var.

 ∆0 = *( x\* -* $δ$*0 , x\* +* $δ$0 *) ,* $δ$*0* > 0.

 10

Hesab edəcəyik ki, (17) funksiyası ∆0 – da iki dəfə diferensiallanandır və ikinci törəməsi məhduddur.

 |$ φ$״ ( *x* ) | ≤ 2*q* (18)

Burada *q* > 0 sabitdir.

**Müəyyən inteqralın təqribi hesablanması**

 [a, b] parçasında kəsilməyən f(x) funksiyasının ibtidai funksiyası F(x) məlum olduqda

 b

 ∫f(x)dx (1)

 a

inteqralını Nyuton - Leybnisin

 b

 ∫f(x)dx=F(b)-F(a)

 a

düsturu ilə hesablamaq olar. Lakin kəsilməyən funksiyanın ibtidai funksiyasını həmişə tapmaq mümkün olmur və ya ibtidai funksiya qeyri-elementar funksiya olur. Buna görə də (1) inteqralını təqribi hesablamaq lazım gəlir.

Bir çox praktiki məsələlərin həllində inteqral altı funksiya ancaq cədvəl şəklində verilir. Belə hallarda da (1) inteqralı təqribi hesablanmalı olur.

 Verilmiş müəyyən inteqralın təqribi hesablanma düsturuna kvadratur düstur deyilir.

 Müəyyən inteqralın ən sadə təqribi hesablanma düsturları, yəni kvadratur düsturları onun tərifinə əsasən alınır.

 11

 Bu düsturların bir neçəsini burada göstərək.

 [a, b] parçasını xk=a+k∙(a+b)∕n (k=0, 1, . . ., n) nöqtələri vasitəsi ilə n bərabər hissəyə ayırsaq, onda

 b n-1x k+1

 ∫f(x)dx =∑ ∫ f(x)dx (2)

 a k=0 xk

 1. Düzbucaqlılar düsturu. Yenə d [a, b] parçasını xk=a+k(b-a)/n (k=0, n) nöqtələri vasitəsi ilə n bərabər hissəyə bölək və f(x) funksiyasının bu nöqtələrdəki qiymətlərini uyğun olaraq

y0=f(x0), y1=f(x1),...., yn=f(xn)

ilə işarə edək. Bu halda n-in böyük qiymətlərində

 xk

 ∫f(x)dx ≈ yk ∙ ∆xk (3)

 xk

təqribi bərabərliyini götürmək olar. Burada

 ∆xk = xk+1 – xk = b-a (k=0, 1, . . . , n-1)

 n

 (3) təqribi bərabərliklərini tərəf-tərəfə toplasaq, onda

 b n-1

 ∫f(x)dx ≈ (b-a)/n ∑ yk (4)

 a k=0

təqribi bərabərliyini alarıq. Buna (1) müəyyən inteqralının təqribi hesablanması üçün düzbucaqlılar düsturu deyilir.

 (3) təqribi bərabərliyi əvəzinə

 xk xk

 ∫f(x)dx ≈ yk+1 ∙ ∆xk, ∫f(x)dx ≈ f(xk+xk+1) ∆x

 xk xk

 12

və sair kimi təqribi bərabərliklər götürsək, onda düzbucaqlılar düsturu uyğun olaraq b n-1

 ∫f(x)dx ≈ (b-a)/n ∑ yk+1

 b n-1

 ∫f(x)dx ≈ (b-a)/n ∑ yk f((xk+xk+1)/2) (5)

 a k=0

və sair kimi olar.

 (4) düzbucaqlılar düsturunun sağ tərəfindəki ifadə f(x) funksiyasının inteqral cəmidir. Buna görə də

 n-1 b

 lim (b-a)/n [∑yk] = ∫f(x)dx

 n→∞ k=0 a

olar. Deməli (4) düzbucaqlılar düsturunun mütləq xətası

 b n-1

 Rn= ∫f(x)dx- (b-a)/n (∑ yk) (6)

 a k=0

n→∞ kiçilən kəmiyyətdir. Bunun tərtibi haqqında nə demək olar?

 f(x) funksiyasının [a, b] parçasında bir tərtibli məhdud törəməsi olduqda

 │Rn│≤ M1(b-a)2/2n (7)

Bərabərsizliyi doğru olar. Burada

 M1=sup │f ' (x)│

 a≤x≤b

 (7) bərabərsizliyini isbat etmək üçün Laqranj düsturundan alınan

│f(x) –f(xk)│=│f'(ε) (x-xk)│≤ M1│x-xk│

Bərabərsizliyindən istifadə edək bu halda

 13

 xk xk+1

 ∫f(x)dx - yk ∆xk │=│ ∫ [f(x)-f(xk)]dx│ ≤

 xk xk

 xk+1

≤ M1 ∫ (x-xk)dx=M1(∆xk)2/2=M1(b-a)2/2n2

 xk

olar. Onda (7) xətası üçün tələb olunan

 b n-1 n-1 xk+1

 │Rn│= │∫f(x)dx-(b-a)/2 (∑ yk)│=│∑ ( ∫ f(x)dx-yk∆xk)│≤

 a k=o k=0 xk

 n-1 xk+1 n-1

 ≤│∑ ( ∫ f(x)dx-yk∆xk)│≤M1(b-a)2/2n2 ∑ ∙ 1= M1(b-a)2/2n

 k=0 xk k=0

düsturu alınır.

 **Trapesiyalar düsturu**. Bu halda (3) əvəzinə

 xk+1

 ∫f(x)dx≈ ((yk+yk+1)/2) ∙∆xk (8)

 xk

təqribi bərabərliyi götürülür. Bu təqribi bərabərlikləri tərəf-tərəfə toplamaqla

 b

∫f(x)dx≈ ((b-a) / 2n) [y0+2y1+2y2+. . . +2yn-1+yn] (9)

 a

təqribi bərabərliyi alınır. Buna (1) müəyyən inteqralının təqribi hesablanması üçün trapesiyalar düsturu deyilir.

 Trapesiyalar düsturunun mütləq xətası haqqında aşağıdakı təklifi söyləmək olar:

 f(x) funksiyasının [a, b] parçasında ikitərtibli məhdud törəməsi olduqda

 14

 xk+1 n-1

│Rn│=│∫f(x)dx- ∑ ((yk+yk+1)/2) ∆xk│ ≤ (M2 (b-a))/12n2 (10)

 xk k=0

doğru olar. Burada

M2=sup│f"(x)│

 a≤x≤b

 (8) təqribi bərabərliyi f0(x)= Ax+B xətti funksiyası üçün dəqiq bərabərliyə çevrilir. Buradan aydındır ki, (9) trapesiyalar düsturu xətti funksiyalar üçün dəqiqdir.

 Buradan başqa, n (bölgü nöqtələrinin sayı) artdıqca (9) təqribi bərabərliyinin mütləq xətası azalır, yəni həmin təqribi bərabərliyin dəqiqliyi artır.

 Qeyd edək ki, (10) bərabərsizliyi (7) bərabərsizliyini isbat edərkən apardığımız mühakimə ilə isbat olunur.

 **Parabolalar və ya Simpson düsturu**. (1) inteqralını təqribi

hesablamaq üçün bu halda [a, b] parçasını

 a=x0<x1<x2<. . . <x2n-1<x2n=b

nöqtələri vasitəsi ilə 2n sayda bərabər hissələrə ayırırlar. Əvvəlcə

[x2k, x2k+2] (k=0, 1,. . ., n-1) parçası üzrə götürülmüş

 x2k+2

 ∫f(x)dx (11)

 x2k

inteqralının təqribi qiymətini hesablayaq. Bu məqsədlə

 Fk(x)=Ax2+Bx+C (12)

Kvadrat üçhədlisinin (parabolasının) əmsallarını elə seçək ki, onun qrafiki (x2k, y2k), (x2k+1, y2k+1) və (x2k+2, y2k+2) nöqtələrindən keçsin onda

x2k+2 2

 ∫Fk(x)dx=((x2k+2-x2k)/6) [2A (x2k+x2k∙x2k+2+x22k+2)+

 x2k

 15

+3B(x2k+x2k+2)+6C]=((x2k+2-x2k)/6) (y2k+4y2k+1+y2k+2)=

=((b-a)/6n) (y2k+4y2k+1+y2k+2)

olar. Fk(x) funksiyasının [x2k, x2k+2] parçasında qrafiki (parabola) f(x) funksiyasının həmin parçadakı qrafikinə yaxın olduğundan

 x2k+2 x2k+2

 ∫ f(x)dx ≈ ∫ Fk(x)dx və ya

 x2k x2k

x2k+2

 ∫ f(x)dx≈ ((b-a)/6n) (y2k+4y2k+1+y2k+2) (13)

 x2k

təqribi bərabərliyini almaq olar.

Bu təqribi bərabərlikləri tərəf-tərəfə toplasaq,

 b n-1

 ∫f(x)ax =((b-a)/6n)∑ (y2k+4y2k+1+y2k+2)=

 a k=0

=((b-a)/6n)[(y0+y2n) + 4(y1+y3+. . . +y2n-1)+

 +2(y2+y4+. . . y2n-1)] (14)

Təqribi bərabərliyini alırıq. Buna müəyyən inteqralın təqribi hesablanması üçün parabolalar düsturu (və ya Simpson düsturu) deyilir.

 (14) parabolalar düsturunun mütləq xətası haqqında aşağıdakı təklif məlumdur:

 f(x) funksiyasının [a, b] parçasında dörd tərtibli məhdud törəməsi olduqda

 16

 b n-1

│Rn\*\*│=│∫f(x)dx-((b-a)/6n) ∑ (y2k+4y2k+1+y2k+2)│≤M4(b-a)5/180∙(2n)4

 ak=0 (15)

bərabərsizliyi doğru olar. Burada

M4= sup │f(**|˅)** (x)│

 a≤x≤b

 Bu bərabərsizlik göstərir ki, parabolalar düsturu inteqralaltı f(x) funksiyası xətti (Ax+B), kvadratik (Ax2+Bx+C) və kubik (Ax3+Bx2+Cx+D) funksiya olduqda n-dən aslı olmayaraq müəyyən inteqralın dəqiq qiymətini verir. Çünki bu hallarda

 f(**|˅)**(x)≡0, M4=0

və buna görə də (15) bərabərsizliyinə əsasən

. Rn\*\* = 0 olar

Əgər müəyyən inteqralın parabolalar düsturu vasitəsi ilə ε dəqiqliyi ilə təqribi qiymətini tapmaq lazımdırsa, onda

(( M4(b-a)5 ) / 180∙2n4) < ε

Bərabərsizliyindən tam n ədədi tapılır:

 4

 n> √M4(b-a)5/180∙16∙ε (16)

Sonra isə [a, b] parçası 2n sayda bərabər hissəyə bölərək

 17

 yk(k=0, 1,. . ., 2n)

 kəmiyyətləri hesablanır və beləliklədə (14) düsturu qurulur.

 2 2

 Misal : J=∫ e-x dx inteqralını Simpson düsturu vastəsilə

 0

e=0,000005 dəqiqliyi ilə hesablayaq.

 (16) münasibətindən aydındır ki, bu halda n=10 götürmək olar.

Onda 2n = 20 və b-a = 2 olar.  2

 y= e-x

funksiyasının xk= k∙ 1/10 (k=0, 1, 2,. . .,19,20) nöqtələrindəki qiymətləri aşağıdakı cədvəl şəklində yazaq :

17

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  k | xk  | 2xk |   -x2  yk=e k qiymətləri |
| k=o və k=20 | k tək olduqda | k cüt olduqda |
| 0 | 0 | 0 | 1 |   |   |
| 1 | 0,1 | 0,01 |   | 0,99005 |   |
| 2 | 0,2 | 0,04 |   |  | 0,96079 |
| 3 | 0,3 | 0,09 |   | 0,91393 |   |
| 4 | 0,4 | 0,16 |   |  | 0,85214 |
| 5 | 0,5 | 0,25 |   | 0,7788 |   |
| 6 | 0,6 | 0,36 |   |  | 0,69768 |
| 7 | 0,7 | 0,49 |   | 0,61263 |   |
| 8 | 0,8 | 0,64 |   |  | 0,52729 |
| 9 | 0,9 | 0,81 |   | 0,44486 |   |
| 10 | 1 | 1 |   |  | 0,36788 |
| 11 | 1,1 | 1,21 |   | 0,2982 |   |
| 12 | 1,2 | 1,44 |   |   | 0,23693 |
| 13 | 1,3 | 1,69 |   | 0,18452 |   |
| 14 | 1,4 | 1,96 |   |   | 0,14086 |
| 15 | 1,5 | 2,25 |   | 0,1054 |   |
| 16 | 1,6 | 2,56 |   |   | 0,0773 |
| 17 | 1,7 | 2,89 |   | 0,05558 |   |
| 18 | 1,8 | 3,24 |   |   | 0,03916 |
| 19 | 1,9 | 3,61 |   | 0,02705 |   |
| 20 | 2 | 4 | 0,01832 |   | 3,90003 |
|   | 1,01832 | 4,41102 |   |

Buradan (14) düsturuna əsasən

2 -x2

∫ e dx≈ (1/30) ( 1,01832+4∙4,41102+2∙3,9003) = 088208

0

alırıq 18

**MÜNDƏRİCAT**

Giriş..........................................................................1

Xətti- cəbri tənliklər sistemi.....................................4

Qeyri-xətti tənliklərin həlli.......................................6

Müeyyen inteqralın təqribi hesablanması............11

Trapesiyalar düsturu..............................................14

Simpson funksiyası.................................................15

Ədəbiyyat........A.A Samarski – Ədədi üsullara giriş.

 19